

http://www.fe-siken.com/index_te.html (テクノロジ系)

応用数学

3 テーマ : 「連立一次方程式の計算時間」「マルコフ過程」「平均値の算出式」

(例題1) 連立一次方程式の計算時間

コンピュータで連立一次方程式の解を求めるのに、式に含まれる未知数の個数の3乗に比例する計算時間が掛かるとする。あるコンピュータで100元連立一次方程式の解を求めるのに2秒掛かったとすると、その4倍の演算速度をもつコンピュータで1,000元連立一次方程式の解を求めるときの計算時間は何秒か。

- 5 ア 50 イ 500 ウ 5,000 エ

(例題2) マルコフ過程

表は、ある地方の天気の様子を示したものである。例えば、晴れの翌日の天気は、40%の確率で晴れ、40%の確率で曇り、20%の確率で雨であることを表している。天気の移り変わりが単純マルコフ過程であると考えたとき、雨の2日後が晴れである確率は何%か。

	単位 %		
	翌日晴れ	翌日曇り	翌日雨
晴れ	40	40	20
曇り	30	40	30
雨	30	50	20

- 15 ア 27 イ 30 ウ 33 エ

(例題3) 平均値の算出

N個の観測値の平均値を算出する式はどれか。ここで、SはN個の観測値の和(ただし、S>0)とし、[X]はX以下で最大の整数とする。また、平均値は、小数第1位を四捨五入して整数値として求める。

- $\left\lfloor \frac{S}{N} - 0.5 \right\rfloor$ ア $\left\lfloor \frac{S}{N} - 0.4 \right\rfloor$ イ $\left\lfloor \frac{S}{N} + 0.4 \right\rfloor$ ウ $\left\lfloor \frac{S}{N} + 0.5 \right\rfloor$ エ

例題1の解説

「連立一次方程式の解を求めるのに、式に含まれる未知数の個数の3乗に比例する計算時間が掛かる」ので、100元連立一次方程式の計算量を、

$$100^3 = 1,000,000$$

とすると、1,000元連立一次方程式では、

$$1,000^3 = 1,000,000,000$$

の計算量と求められます。

これを解くには100元連立一次方程式の1,000倍の計算時間を要するので、単純1,000倍すると、 $(2 \times 1,000 =) 2,000$ 秒ですが、4倍の演算速度をもつコンピュータを用いて計算を行うため、実際に掛かる計算時間は2,000秒の $1/4$ である**500秒**になります。

例題2の解説

マルコフ過程とは、未来の挙動が現在の値だけで決定され、過去の挙動と無関係であるという性質を持つ確率過程のことをいいます。いくつかの状態があり、現在の状態への推移は一つ前の状態に依存するような関係である状態遷移を表すための考え方です。

単純マルコフ過程は、ただ1つの状態から次に起こる事象が決定されるマルコフ過程のことで、単にマルコフ過程を言った場合はこの単純マルコフ過程を指すことが多いようです。

雨の日の2日後が晴れであるときには、

1. 雨→翌日 晴れ→2日後 晴れ
2. 雨→翌日 曇り→翌日 晴れ
3. 雨→翌日 雨 →翌日 晴れ

の3つの過程をたどる可能性があります。

このそれぞれの起こる確率を足し合わせたものが、2日後が晴れである確率となります。初日は雨と決まっているので、最初に注目するのは一番下の雨の行です。

各過程の起こる確率は、

$$[\text{晴れ} \rightarrow \text{晴れ}] 0.3 \times 0.4 = 0.12$$

$$[\text{曇り} \rightarrow \text{晴れ}] 0.5 \times 0.3 = 0.15$$

$$[\text{雨} \rightarrow \text{晴れ}] 0.2 \times 0.3 = 0.06$$

と計算でき、すべてを足し合わせると、

$$0.12 + 0.15 + 0.06 = 0.33$$

で、表の条件では雨の日の2日後が晴れである確率は **33%** であるとわかります。

例題3の解説

通常平均値を求めるには、観測値の和÷観測値の個数(S/N)となるのですが、平均値を四捨五入して整数値で求めるので計算に工夫が必要になります。具体的には小数第1位を四捨五入して、整数値で求めるということなので、小数部分が5以上の時は切り上げ、4以下は切り下げの処理を行うことが求められます。

このようなことを行うには普通に計算された平均値(S/N)に0.5を足してから小数部分を切り捨てます。これにより四捨五入と同様の効果を得ることができます。

例) 小数第1位が 6, 5, 4 の場合

$$2.6 + 0.5 = 3.1 \text{ (小数部分を切り捨て)} \rightarrow 3$$

$$2.5 + 0.5 = 3$$

$$2.4 + 0.5 = 2.9 \text{ (小数部分を切り捨て)} \rightarrow 2$$

上の例を見ると四捨五入が行われ、整数での解になることが確認できます。

(エ)

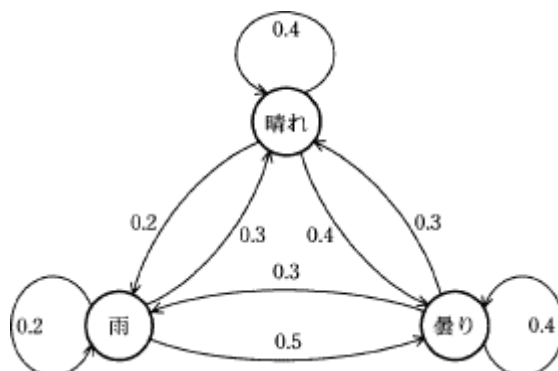
問題 1

コンピュータで連立一次方程式の解を求めるのに、式に含まれる未知数の個数の2乗に比例する計算時間がかかるとする。あるコンピュータで100元連立一次方程式の解を求めるのに2秒かかったとすると、その10倍の演算速度をもつコンピュータで1,000元連立一次方程式の解を求めるときの計算時間は何秒か。

正解 200秒

問題 2

次の図は、ある地方の日単位の天気の変り変わりを示したものであり、数値は翌日の天気の変化の確率を表している。ある日の天気が雨のとき、2日後の天気が晴れになる確率は幾らか。



0.15 ア、 0.27 イ、 0.3 ウ、 0.33 エ

正解 エ

解説

ある日の天気が雨のとき、2日後の天気が晴れになる確率を求める。
状態の移り変わり方は、以下の3パターンがある。

- 雨 → 雨 → 晴れ
- 雨 → 曇り → 晴れ
- 雨 → 晴れ → 晴れ

それぞれのパターンがとり得る確率は、次のようになる。

結合度	確立
雨 → 雨 → 晴れ	$0.2 \times 0.3 = 0.06$
雨 → 曇り → 晴れ	$0.5 \times 0.3 = 0.15$
雨 → 晴れ → 晴れ	$0.3 \times 0.4 = 0.12$

したがって、雨の日の 2 日後に晴れとなる確率は、

$$0.06 + 0.15 + 0.12 = 0.33$$

となる。

よって、エが正解となります。

問題 3

N 個の観測値の和 S(ただし、 $S > 0$)を求め平均値を算出する。平均値は、小数部を四捨五入して整数値で求めるとしたとき、正しい式はどれか。ここで、 \div は除算、 $[X]$ は X 以下で最大の整数とする。

$[(S + 0.5) \div N]$ ア

$[(S - 1) \div N] + 1$ イ

$[S \div N + 0.5]$ ウ

$[S \div N] + 1$ エ

正解 ウ

解説

通常平均値を求めるには、観測値の和 ÷ 観測値の個数 ($S \div N$) となるのですが、平均値を四捨五入して整数値で求めるので計算に工夫が必要になります。具体的には小数第 1 位を四捨五入して、整数値で求めるということなので、小数部分が 5 以上の時は切り上げ、4 以下は切り下げの処理を行うことが求められます。

このようなことを行うには普通に計算された平均値(S/N)に 0.5 を足してから小数部分を切り捨てます。これにより四捨五入と同様の効果を得ることができます。

例)小数第 1 位が 6, 5, 4 の場合

$$2.6 + 0.5 = 3.1 \text{ (小数部分を切り捨て)} \rightarrow 3$$

$$2.5 + 0.5 = 3$$

$$2.4 + 0.5 = 2.9 \text{ (小数部分を切り捨て)} \rightarrow 2$$

上の例を見ると四捨五入が行われ、整数での解になることが確認できます。