

地軸の傾きが南中時刻の変動に与える影響

1. 目的

南中時刻の変動を、図1のような、私たちが小学生時代から慣れ親しんだ公転面を水平に取った天体モデルで理解することです。

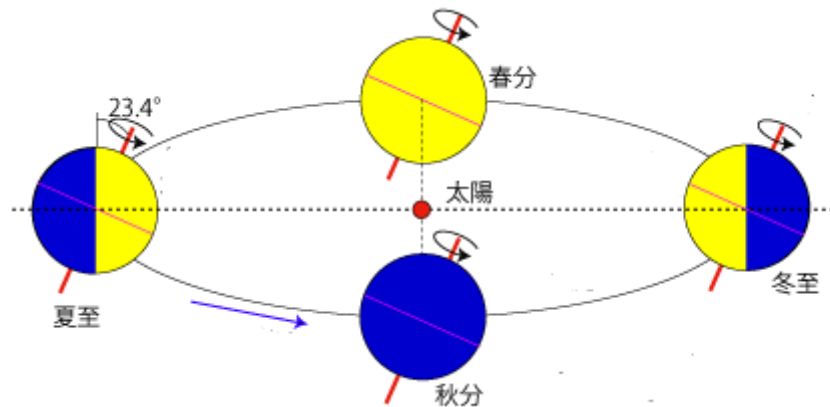


図1

2. 言葉の定義

以下の説明で使う2つの言葉「地球の回転」と「地軸の回転」を明確にしておきます。

(1) 地軸の回転：

図1には地軸が回転する様子が示されています。これが自転であり、地軸を中心に回転しています（図中の矢印）。これを「地軸の回転」と呼びます。

地軸の位置は季節によって変化します（図2）。

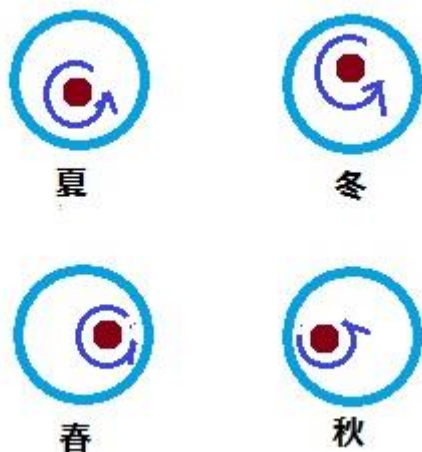


図2

この地軸の位置の変化が南中時刻を変動させます。

(2) 地球の回転：

図1の公転面を真上から見て、地球の中心(図3の+印)を軸にして回転することを「地球の回転」と呼びます。

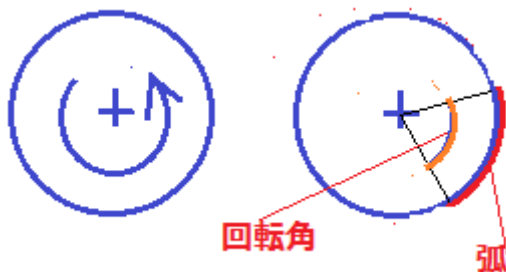


図3

地球は地軸を中心に回っているのであり、+印を中心に回転しているわけではありませんが、地軸の回転に引きずられるようにして+を中心に回っているように考えることができます。

地球の回転では、地球の回転角と水平面を動く「地表の移動距離」は比例関係にあります(図3の右)。

注意していただきたいのは、以下の説明では「地球の回転」と「地軸の回転」を違う意味で使います。例えば地球を1度(1/360)回転させると言った場合、図4の様に地球の中心を回転させているものであり、地軸の回転ではありません。



図4

3. 基本方針

南中時刻の変動の問題を整理する次のようになります。

地球が1日に360度回転している間に公転による移動が発生し、太陽を前日と同じ位置に見るようになるには「地球をさらに約1度(1/360)余計に回転」させなくてはなりません(図5参照)。この回転とは「地軸を1度回転」させるのではなく、「地球を1度回転」されることです。

地軸の回転角と、地球の回転角の関係が地軸の位置によって異なるため、「地軸の回転」と「地球の回転」の関係を明らかにすることが、南中時刻の変動を理解することになります。

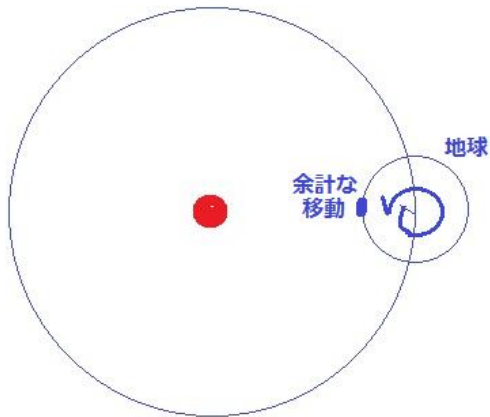


図 5

以下、次のロジックで話を進めます。

1. 季節による南中時刻の変化を知りたい。
2. 南中時刻は、地球が約 1 度 (1/360) 回転するのに必要な時間によって決まる。
3. 地軸の回転速度は一定なので、地軸の回転角が分かれば南中までの所要時間が分かる
故に、地球を約 1 度(1/360)回転させるのに必要な地軸の回転角が分かれば、南中時刻
が計算できる。
4. 地軸の回転角から地球の回転角を直接出すのは難しいので、
「地球を約 1 度回転させる」ことを、図 1 のモデルの水平面を地球の表面が「地球の円
周の 1 度分 (1/360) 移動すること」に置き換えて考える。何故なら、図 3 (右) の通
り、地球の回転角と、円弧 (水平面上の地表の移動) は比例関係にある。
5. 地軸がどれだけ回転すれば (どれだけ時間があれば)、地球約 1 度分の地表の移動が
得られるかを調べればよいことになる。

4. 直観的理解

地軸が傾いている場合と直立している場合では、地軸の回転が地球の回転に与える影響が違ってくるイメージを図 6 に示します。

左図は夏至・冬至で地軸が直立しているケースで、右図が春分・秋分で地軸が傾いているケースをイメージしています。

図は、分かり易くするため、地軸の傾きを 45 度にして、地表の移動距離と地軸の回転角の関係を示しています。

図 6 中の赤線が地表の移動距離です。

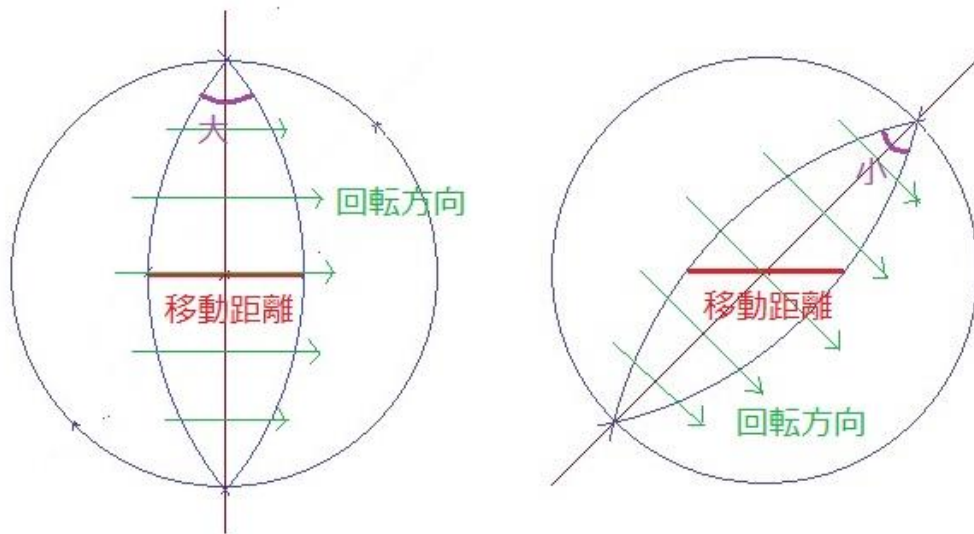


図 6

右図と左図の赤線の長さは同じですが、春分秋分時（図の右）の方が、地軸の少ない回転量で地表の同じ距離の移動を実現していることが分かります。地軸の回転量は（地軸の自転は不変なので）時間に対応しています。地軸の回転量が少なく同じ移動距離を生むということは、南中までの時間が短くなりことを意味します。

5. プログラムによる検証

このイメージをもう少し定量的に求めるために作った模型が図 7 です。地球が公転面から半分顔を出している形です。

太陽は地球の周りを等速円運動で 1 年に 1 周します。地球には 15 度ごとの経線を描き、水平面には太陽の方向を示す 15 度ごとの目盛り（0～23）が打ってあります。

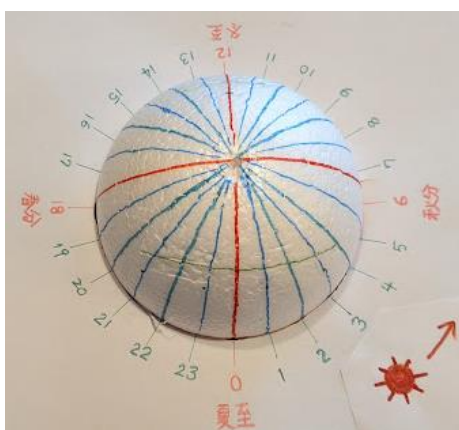
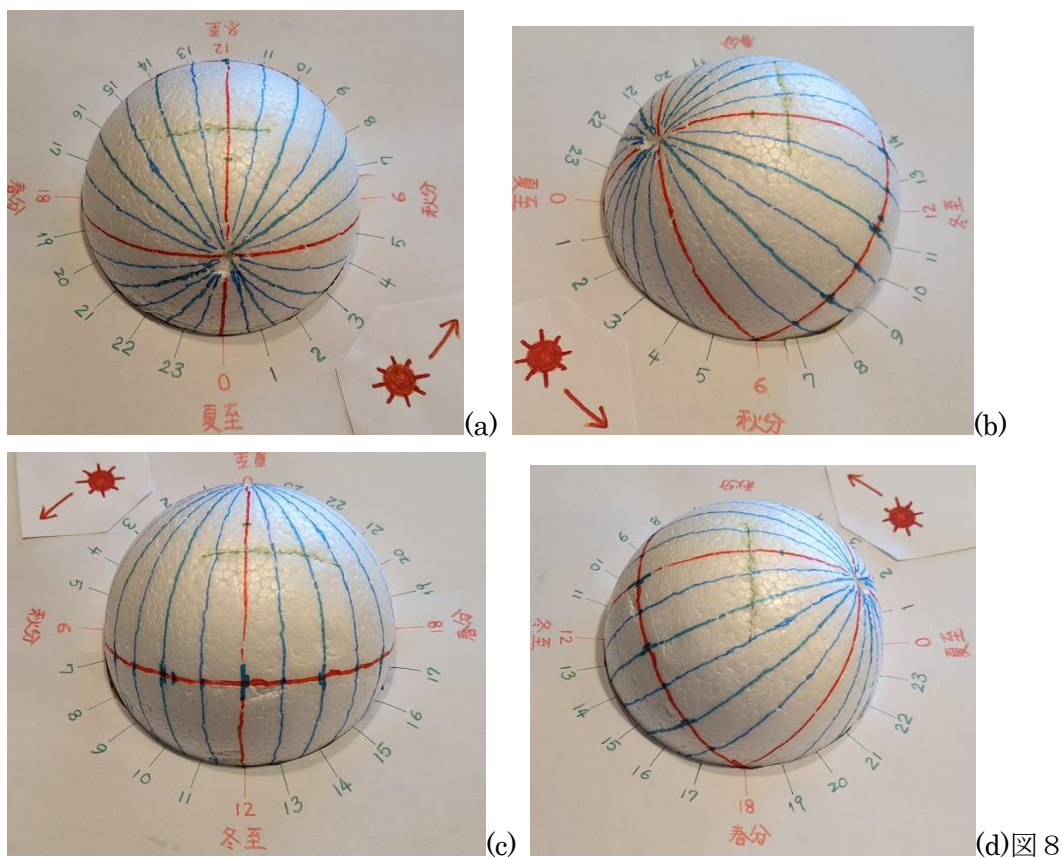


図 7

地軸に傾きがない場合は、図 7 のように経線と太陽の方向が一致していますが、地軸に傾きがあると経線と太陽の方向に差がでます。

図 8 は、地軸が傾いている時の、経線と太陽の方向の関係を示しています。図 8 (a)は夏至、

(b)は秋分、(c)は冬至、(d)は夏至付近の写真です。図8では、経線と太陽の方向が一致していません。



分かり易い例で言うと、1月1日正午に東経約130度の長崎空港で真南に見えた太陽を、15日後の正午、東経約145度の中標津空港で見ると、地軸が傾いていなければ太陽が真南に見えますが、地軸が傾いていると真南から少しズレて見えるというような話です。

図8を見ると、夏至・冬至付近は経線の水平面と交わる点の（15度ごとの）間隔が太陽方向（水平面の目盛り）の間隔より狭く、春分・秋分付近では目盛りの幅より広いことが分かります。

「ある経線が水平面と交わる点」と「15度先の経線が水平面と交わる点」の間の距離は季節によって異なることが分かります。

夏至・冬至・春分・秋分時には経線と太陽の方向が一致しています。

この模型のイメージをプログラミングし、その性質を調べました。

地軸の回転と南中時刻の変動を中心に3つのケースについて調べました。

プログラムでは、地球の半径を10とし、地軸が45度傾いているというモデル設定で、経線が水平面と交わる点を求め、それを元に解析しています。

ケース 1：地軸の回転と地球の回転の関係

これは3章に示したロジックの中核となるものです。

図9のグラフは、地軸の回転と地表の移動距離の関係を示しています。地表の移動距離は地球の回転角と比例関係にあります。

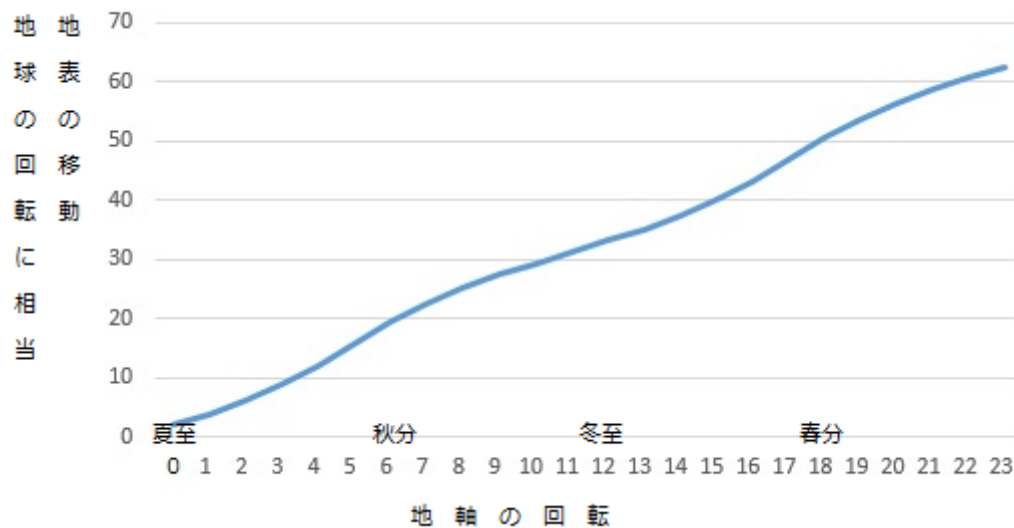


図9

地球の回転と地軸の回転は、意外に近い関係にあることが分かります。グラフが若干波打っていて、これが南中時刻の変動を生んでいることが分かります。

ケース 2：地軸が傾いていない場合との差

経線が水平線と交わる点と、太陽の方向（水平面に打ったメモリ）との差（距離）を24本の経線について求めました。図10のグラフが計算結果です。

これは、地軸が傾いている場合と傾いていない場合の経線間の距離の差とも言えます。図9の波打っている部分を表しているとも言えます。

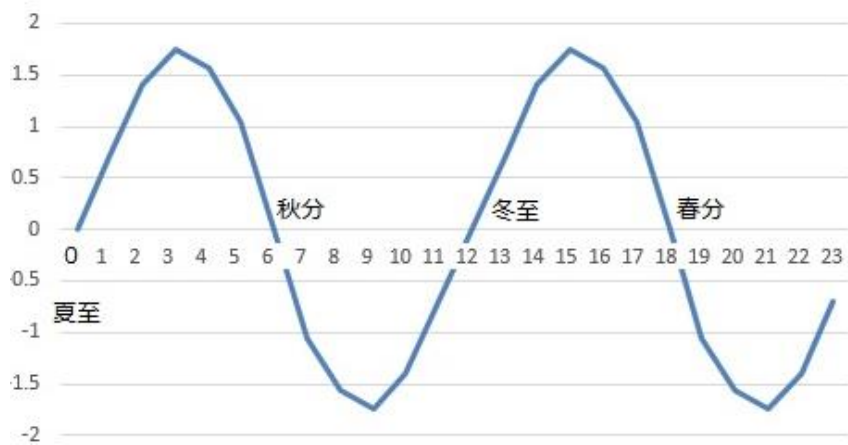


図 10

この結果は、南中時刻の変動と比例関係にあります。

図 10 は、国立天文台のサイトに有る南中時の変化（図 11）とも合致します。

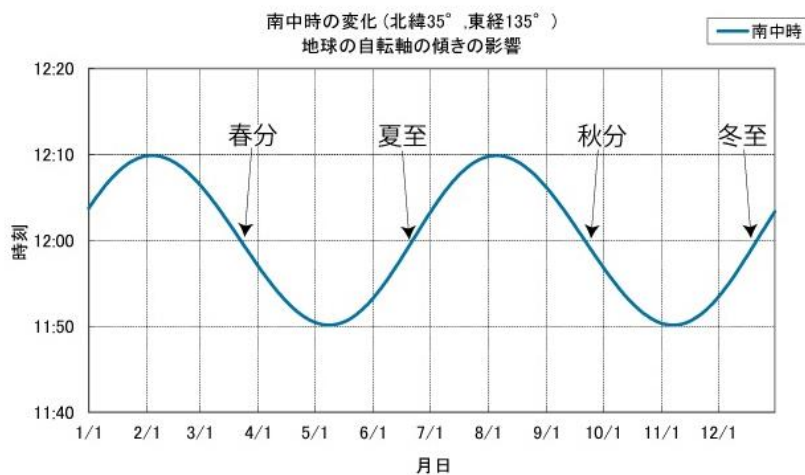


図 11

ケース 3：季節の移ろい

「ある経線が水平面と交わる点」と「その 15 度前の経線が水平線と交わる点」の座標を求め、2 点間の距離を出しました。図 12 がその結果です。

これは隣り合った 15 度間の距離の変化を示すもので、季節の変化に伴って変わる南中時刻の変動を示しています。夏至・冬至の期間は、春分・秋分の期間より長いことが分かります。

これは、例えて言うならば、長い夏が終わると一気に秋めき、秋の期間は短くアツという間に長い冬になる。長い冬が終わると一気に春めくが春は長く続かず、長い夏に突入する、ということに相当します。

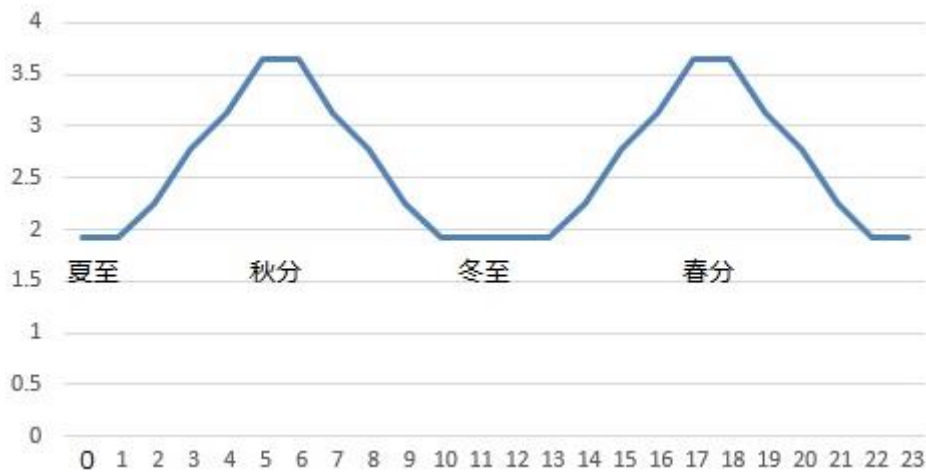


図 12

6. おわりに

国立天文台のサイト（参考サイト(1)）に有った「南中時刻の変動」を理解したいと思い勉強を始めました。

色々調べている内に、第3章のロジックを進めばよいのではないかと見えてきました。又、その過程で、（参考サイト(2)）の中に図7の模型を見つけ、自作して、その動きをプログラムで調べました。

プログラムによる計算結果を検討・評価して、図10が南中時刻の変化を示していることに納得しました。

簡単に言うと以上の流れですが、問題は私にとって予想以上に難しく、自力での学習は困難でした。そこで、参考サイト(3)を運営されていた山田洋先生に様々なフェーズで質問させていただき、ご指導を仰ぎました。先生のご指導無くしてはここまで到達できませんでした。深く感謝いたします。

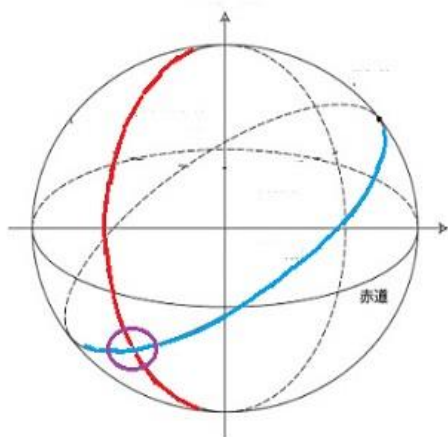
参考サイト

- (1) 国立天文台：<https://eco.mtk.nao.ac.jp/koyomi/wiki/>「日の出入りと南中/南中時刻は変化する」
- (2) 竹村他：棒の影とピンホールによる太陽像の位置の観測から均時差の原因を探る
- (3) 山田先生のサイト <http://edq40134.html.xdomain.jp/>

付録

プログラミングの方針：

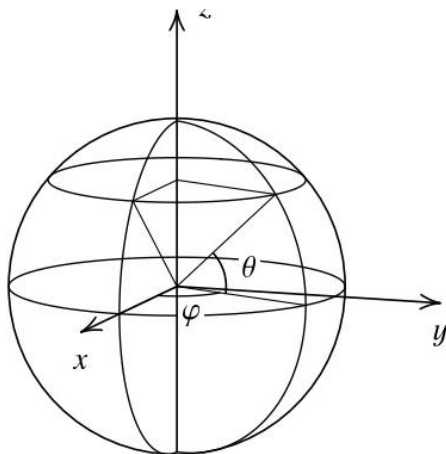
図7のモデルを、次のように捉えました。次図の赤線が地球の経線、青線が水平面です。24本の経線に対して、水平面との交点を x y z 座標で求めました。



交点の座標の求め方は、赤線 24 本と青線のそれぞれについて中心角 1 度ごとに x y z 座標を求め、赤線の点と青線の点で最も距離の短い所を交点としました。

経線上と水平線上の x y z 座標は、球と傾いた円を極座標表示し、それを x y z 座標に変換しました。

北極を (0,0,r) として子午線を球面と球面と x y 平面と x z の切り口とすると、経度 θ 経度 φ の点の座標は、緯度 θ の緯線は半径 $r\cos\theta$ の円周となります。



$$(x,y,z) = (r\cos\theta\cos\varphi, r\cos\theta\sin\varphi, r\sin\theta)$$

一方、空間に傾いた円は、傾きが θ の場合 :

$$(x,y,z) = (r\cos\theta\cos\varphi, r\sin\theta, r\sin\theta\cos\varphi)$$

これらを Java でプログラムした時のコードが以下になります。

```
for(int i=0; i<24; i++){
    fair= Math.PI*i*15/180;
    for(int j=0; j<360; j++){
        sitar= Math.PI*j/180;
```

```
        qx[i][j]= r*Math.cos(sitar)*Math.cos(fair);
        qy[i][j]= r*Math.cos(sitar)*Math.sin(fair);
        qz[i][j]= r*Math.sin(sitar);
    }
}

for (int i=0;i<360;i++){
    fair= Math.PI*i/180;
    cx[i]=r*0.7071*Math.cos(fair);
    cy[i]=r*Math.sin(fair);
    cz[i]=r*0.7071*Math.cos(fair);
}
```