

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF ELECTRONICS, INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS D-II

EIC | **電子情報通信学会**
D-II | **論文誌** VOL. J79-D-II NO.3 MARCH
情報・システムⅡ—情報処理 ————1996

情報・システムソサイエティ

社団法人 **電子情報通信学会**

THE INFORMATION AND SYSTEMS SOCIETY

THE INSTITUTE OF ELECTRONICS, INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

ホップフィールド型ニューラルネットにおける自己結合係数の制御による解の改善

田中 敏雄[†] 樋口 哲也[†] 古谷 立美^{††}

Self-Connection Coefficient Control Method for Solving Optimization Problems on Hopfield-Type Neural Networks

Toshio TANAKA[†], Tetsuya HIGUCHI[†], and Tatsumi FURUYA^{††}

あらまし 自己結合を含むホップフィールドネットを用いて組合せ最適化問題を解く際、自己結合削除項の係数の値が小さくなるほど解の質は改善されるが、解が得られる割合が低下するという問題が生じる。本論文では、この問題を解決するために自己結合削除項の係数の制御方法を提案する。この方法は、計算の初期では自己結合削除項の係数の値を十分小さな値に設定し、計算の進行と共に大きくし、最終的に自己結合削除項の係数の値が解の安定条件を満たすように制御する。この方法を評価するために10~30都市の巡回セールスマン問題(TSP)に適用し、100%解が得られると共に近似解が効率良く得られることを示す。特に、相対距離によるTSPの定式化では、都市数が増加すると、相対距離による定式化の効果が現れ、良い解(30都市の平均のエラー6.1%)が得られた。

キーワード ホップフィールドネット、最適化問題、巡回セールスマン問題、自己結合

1. まえがき

ホップフィールドらは対称な相互結合をもつニューラルネットがエネルギー関数を極小化するダイナミックスをもつことを示し、この性質を利用して巡回セールスマン問題(TSP)が高速に解けることを示した[1]。しかしながら、エネルギー関数中の重みの係数の値を適切に設定しないと、制約条件を満足する解が得られなかったり、コスト値の良い解が得られない等の問題が生じる。

この問題を解決するために我々は、自己結合を含まないホップフィールドネットに対して、エネルギー関数中の制約項の係数を一定とし、コスト係数の値を適切に制御する方法を提案した[2]。この方法を10~30都市のTSPへ適用し、近似解が効率良く得られることを示した。しかし、都市数が増加すると、エラー(エラーは式(11)で定義される)が増大する問題があった。

これに対して松田[3]は、自己結合が0であることがエラーが増大する原因であることを指摘し、自己結合を含むホップフィールドネットに対して制約条件を満たす解の安定性、および制約条件を満たさない非解の不安定性の条件を理論的に示した。そして10都市のTSPに対して、この条件に基づいて重みの係数を設定すると、高い割合で最適解が得られることを示した。更に松田は、問題の定式化が解の質に依存することを指摘し、絶対距離によるTSPの定式化に対する相対距離によるTSPの定式化の優位性を理論的に示した[4]。この松田が示した条件に基づきエネルギー関数中の重みの係数を設定してニューラルネットワークを動作させると、ニューロンの出力が超立方体の頂点に収束すれば、必ず解が得られることになる。

一方、エラーに着目すると、自己結合削除項の係数 C の値が小さいほど、すなわち、 C の値が解の安定条件を満たさない小さな値に設定する方が、エラーが改善されると報告されている[3], [5]。しかし、 C の値を小さくしていくと超立方体の内部に収束し、解が得られない問題が生じる。

この問題を解決するために本論文では、自己結合削

[†] 電子技術総合研究所, つくば市
Electrotechnical Laboratory, Tsukuba-shi, 305 Japan

^{††} 東邦大学理学部情報科学科, 船橋市
Faculty of Science, Toho University, Funabashi-shi, 274 Japan

除項の係数の値を制御する方法を提案する。この方法は、計算の初期では自己結合削除項の係数 C の値を十分小さな値に設定し、計算の進行と共に大きくし、最終的に C の値が解の安定条件を満たすように制御する。このように C の値を制御することにより、超立方体の頂点に収束し、しかも良い解が得られる可能性がある。この方法を評価するために、10~30 都市の TSP へ適用した結果について報告する。

なお、阿部らは自己結合削除項の係数の値を徐々に小さくする方法を提案している[6]。この方法は、エネルギー関数中の自己結合削除項の定式化が本論文で提案する方法と異なるために、増加の代わりに減少させている。

以下 2. では、自己結合を含むホップフィールドネットによる TSP の解法について説明する。3. では、自己結合削除項の係数の制御方法について述べ、阿部らの方法と性能比較を行う。4. では、提案する自己結合削除項の係数の制御方法を用いて、相対距離による TSP の定式化が絶対距離による TSP の定式化よりも都市数が増加すると、エラーが大幅に改善されることを示す。5. では、相対距離による TSP の定式化では、エラーが大幅に改善される理由について検討する。6. では、得られた結果の評価と残された課題について述べる。

2. ホップフィールドネットによる TSP の解法

本章では、まずホップフィールドネットについて説明する。次に、自己結合を含む TSP の解法について述べる。

2.1 ホップフィールドネット

ホップフィールドネットは、相互結合型のネットワークで、ニューロン間の結合は対称結合になっている。ニューロンの総数を N とすると、ネットワークのダイナミクスは、次のように表される[1]。

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_j W_{ij} V_j + I_i \quad (1)$$

$$V_i = f(U_i)$$

$$= \frac{1}{1 + \exp(-U_i/U_0)} \quad (2)$$

ここで、 W_{ij} はニューロン j からニューロン i への結合荷重 ($W_{ii} \neq 0$)、 U_i 、 V_i および I_i は、それぞれニューロン i の内部値、出力値、および入力バイアス値である。 U_0 は式(2)で定義されるシグモイド関数のこう配を決定するパラメータである。

ホップフィールドネットは、次式で与えられるエネルギー関数を極小化する性質がある[1]。

$$E(v) = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j W_{ij} V_i V_j - \sum_i I_i V_i \quad (3)$$

すなわち、ホップフィールドネットでは、 $dE(v)/dt \leq 0$ が成り立ち、時間と共にエネルギーの極小値に収束する。この性質を利用すると、組合せ最適化問題を解くことができる。次節では、組合せ最適化問題の中でも良い解を得るのが難しいとされている TSP の解法について述べる。

2.2 TSP の解法

TSP は、1 人のセールスマンが N 個の都市を 1 度ずつ訪問し、出発した都市に戻るような経路のうちで、最短の経路を求める問題である。TSP を解くためのエネルギー関数は、次のように表される。

$$E(v) = \frac{A}{2} \sum_x \left(\sum_i V_{xi} - 1 \right)^2 + \frac{B}{2} \sum_i \left(\sum_x V_{xi} - 1 \right)^2 + \frac{C}{2} \sum_x \sum_i V_{xi} (1 - V_{xi}) + \frac{D}{2} \sum_x \sum_{y \neq x} \sum_i \frac{d_{xy}}{r} \frac{V_{xi} (V_{y,i+1} + V_{y,i-1})}{2} \quad (4)$$

但し、 $V_{xi} = 1$ は都市 x を i 番目に訪問することを示し、 $V_{xi} = 0$ は都市 x を i 番目に訪問しないことを示している。第 1 項は、各都市が 1 度だけ訪問されるという行方向の制約を表し、第 2 項は同時には一つの都市しか訪問できないという列方向の制約を表している。第 3 項は、自己結合削除項と呼ばれ、 $C = A + B$ に設定することにより、 $W_{ii} = 0$ になる。すなわち、 $W_{ii} = -(A + B) + C$ になる。ここでは、この係数 C を自己結合削除項の係数と呼ぶことにする。第 4 項は、短い距離を指向させるためのコスト項である。 x, y は都市、 i は訪問順、 d_{xy} は都市 x, y 間の距離を表す。 $A, B, D > 0$ 、 $C \geq 0$ は、各条件の重みの係数である。 r は、全都市間の距離の平均値である。

ここで第 1 および第 2 項の制約条件が同時に働くようにするために $A = B$ とすると、松田の理論から次の定理が成り立つ[3]。

[定理 1] 式(4)において、超立方体の解に対するすべての頂点は次が成り立てば漸近安定である。

$$C > \frac{D}{r} \max_{x,y,z} (d_{xy} + d_{yz}) \quad (5)$$

[定理 2] 式(4)において、次が成り立てば、超立方体の非解に対するすべての頂点は不安定である。すなわち、漸近安定な頂点はすべて解である。

$$A > \max\left(\frac{C}{2}, \frac{C}{2} + \frac{D}{2}d_M\right) + \left(2A - \frac{C}{2}\right) \Delta t \quad (6)$$

但し、 $d_M = \max_{x,y}(d_{xy}/r)$ とする。

従って、式(5)、(6)をそれぞれ満たすようにエネルギー関数中の重みの係数を設定してニューラルネットワークを動作させると、ニューロンの出力が超立方体の頂点に収束すれば、必ず解が得られることになる。

一方、エラーに着目すると、自己結合削除項の係数 C の値が式(5)を満たさない小さな値に設定する方が、エラーが改善されると報告されている[3], [5]。しかし、 C の値を小さくしていくと超立方体の内部に収束し、解が得られない問題が生じる。この問題を解決するための自己結合削除項の係数の制御方法を次章で述べる。

3. 自己結合削除項の係数の制御

本章では、3.1 で実験条件について述べ、3.2 でエラーは、自己結合削除項の係数の値が小さくなるほど改善されるが、解が得られる割合が減少することを述べる。3.3 では、3.2 の結果に基づいて、100% 解が得られ、しかも良い解が得られる自己結合削除項の係数の制御方法について述べる。3.4 では、提案する自己結合削除項の係数の制御方法と阿部らの方法との性能比較を行う。

3.1 実験条件

本シミュレーションでは、 x 行 i 列のニューロンの内部値 U_{xi} および出力値 V_{xi} は、以下のように更新される(同期更新)。

$$\Delta U_{xi} = \left[-A \left(\sum_j V_{xj} + \sum_y V_{yi} \right) + CV_{xi} - D \sum_{y \neq x} \frac{d_{xy}}{r} \frac{(V_{y,i+1} + V_{y,i-1})}{2} \right] \Delta t$$

$$+ \left(2A - \frac{C}{2} \right) \Delta t \quad (7)$$

$$U_{xi}(t + \Delta t) = U_{xi}(t) + \Delta U_{xi}(t) \quad (8)$$

$$V_{xi} = \frac{1}{1 + \exp(-U_{xi}(t)/U_0)} \quad (9)$$

いずれのシミュレーションにおいても、 $\Delta t = 0.1$, $U_0 = 0.3$, $D = 1.0$ とし、 A の値は式(6)を満足するように決定した。

各ニューロンの初期値は、次のように設定した[7]。

$$V_{xi} = 0.5 + \alpha \cdot RAND \quad (10)$$

但し、 α はパラメータで以下のシミュレーションでは $\alpha = 10^{-7}$ に設定した。 $RAND$ は $[-0.5, 0.5]$ の一様乱数である。

次にネットワークの終了条件について述べる。ニューロンの出力 V_{xi} が $V_{xi} > 0.5$ を満足したら、そのニューロンの出力は 1、そうでないならば 0 であるとみなし、ネットワークは、制約条件(各行、各列に 1 が 1 個)を満足したら停止する。もし、ネットワークのステップ数が 100,000 よりも大きくなったならば、解が得られないとし、計算を打ち切っている。ステップの定義については 3.3 参照。

3.2 自己結合削除項の係数の影響

図 1 に、自己結合削除項の係数の影響を調べるために使用した 3 種類の都市配置を示す。マップ A は、ホップフィールドが文献[1]で示した 10 都市と同一都市配置である。マップ B と C は、マップ A よりも最適解が得にくい都市配置である。

図 2 に、自己結合削除項の係数 C の値に対するエラーと解が得られた数を示す。図 2 のエラーは、初期状態を変えて 100 回行ったときの平均値を示している。エラーは、次式で与えられる。

$$\text{エラー} = (\text{経路長} - \text{最小経路長}) / \text{最小経路長} \quad (11)$$

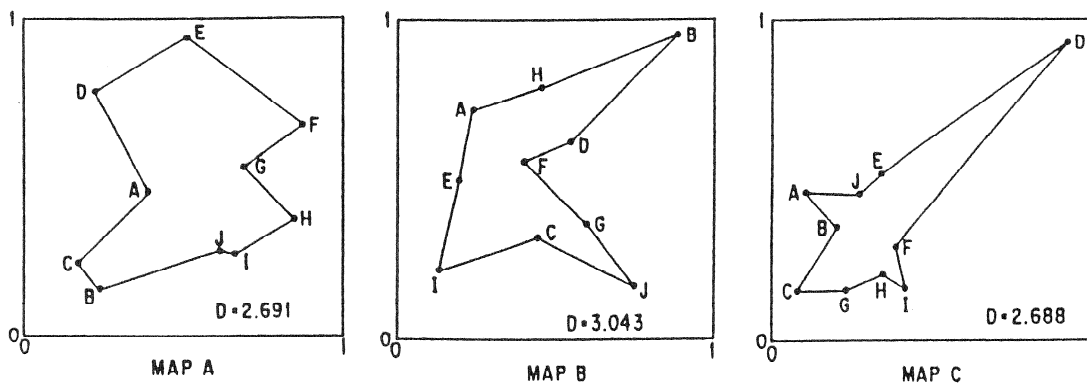


図 1 実験に使用した都市配置
Fig. 1 Maps of city allocations.

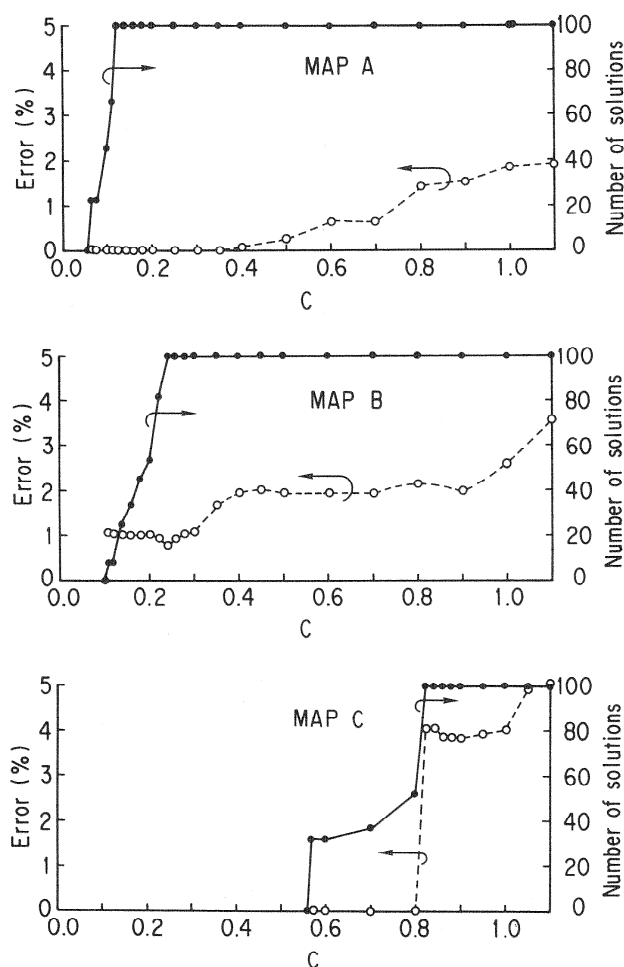


図2 Cの値に対するエラーと得られる解の数の変化
Fig. 2 Change of error and number of solutions with fixed C.

なお、以下のシミュレーションではエラーは、初期状態を変えて100回行ったときの平均値を示すことにする。

図2より、エラーは、いずれの都市配置でもCの値が小さくなるほど改善されることがわかる。しかし、解が得られる割合は、あるCの値よりも小さくなると急激に減少する。ここでは、100%解が得られるCの最小値をCの下限値と呼ぶことにする。

表1(a)に、Cの下限値に設定したときのエラーを示す。また、比較のために表1(b)に、式(5)を満足する最小のCの値に設定したときのエラーを示す。表1(a)と(b)を比較すると、Cの下限値に設定することにより、いずれの都市配置でもエラーが改善されることがわかる。例えば、3種類の都市配置の平均では、約5.8倍改善される。

このようにCの下限値に設定すれば、100%解が得られ、しかもエラーが改善されることがわかる。しか

表1 解の質
Table 1 Quality of solutions.

(a) Cの下限値に設定したときのエラー

| MAP | A | B | C | エラーの平均 |
|---------|------|------|------|--------|
| Cの下限値 | 0.12 | 0.24 | 0.82 | |
| エラー (%) | 0.0 | 0.72 | 4.06 | 1.59 |

(b) 式(5)を満足する最小のCの値に設定したときのエラー

| MAP | A | B | C | エラーの平均 |
|---------|------|-------|------|--------|
| 最小のCの値 | 3.5 | 4.2 | 5.8 | |
| エラー (%) | 6.61 | 11.80 | 9.19 | 9.20 |

し、Cの下限値を都市配置からあらかじめ求めることは困難である。そこで、次節で述べる自己結合削除項の係数の値を制御する方法を考案した。

3.3 自己結合削除項の係数の制御方法

自己結合削除項の係数Cの制御は、計算の初期では十分小さな値に設定し、計算の進行と共に大きくし、最終的には式(5)の解の安定条件を満たすように制御する。このようにCの値を制御することにより、超立方体の頂点に収束し、しかも良い解が得られる可能性がある。

なお、超立方体の頂点に収束させるためには、3.1で述べたネットワークの終了条件を次のように変更する必要がある。ニューロンの出力 V_{xi} が $V_{xi} > 0.99$ を満足したら、そのニューロンの出力は1、 $V_{xi} < 0.01$ を満足したら0であるとみなし、ネットワークは、制約条件(各行、各列に1が1個)を満足したら停止する。しかし、終了条件をこのように変更しても、エラーの値は変化しないことを確認している。また、3.1で述べた終了条件に設定する方が、計算量が減少する。従って、以下の実験では、3.1で述べたネットワークの終了条件を用いることにする。

自己結合削除項の係数Cの制御は、次式に基づいて行う。

$$C = \Delta C \cdot \text{step} + C_{\text{initial}} \tag{12}$$

$$\Delta C = \frac{(C_{\text{min}} - C_{\text{initial}})}{C_t} \tag{13}$$

ここで、ステップは、全ニューロンの状態を更新するための処理である。同期更新であるから、1ステップですべてのニューロンの状態が更新される。 C_{min} は、式(5)を満足する最小のCの値である。 C_{initial} は、Cの初期値であり、十分小さな値($C_{\text{initial}} = 0.001$)に設定

する。\$C_i\$ は、\$\Delta C\$ の刻み幅を決めるパラメータである。

次に、\$C_i\$ の決定法について述べる。\$C_i\$ の値が大きいくほど、\$\Delta C\$ の刻み幅が小さくなることからエラーが改善されると考えられる。しかし、\$\Delta C\$ の刻み幅を小さくすると、解を得るまでのステップ数が増加し、計算時間が増大することになる。従って、\$C_i\$ の値は、エラーとステップ数の関係から決める必要がある。

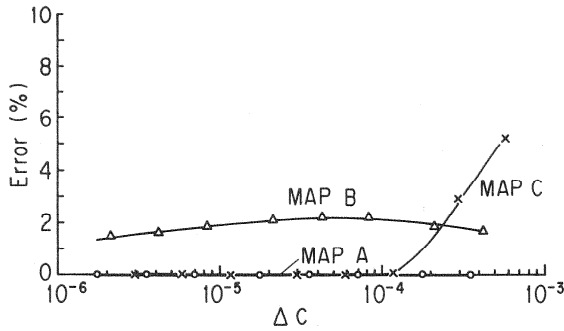


図3 \$\Delta C\$ とエラーの関係
Fig. 3 Relationship between \$\Delta C\$ and error.

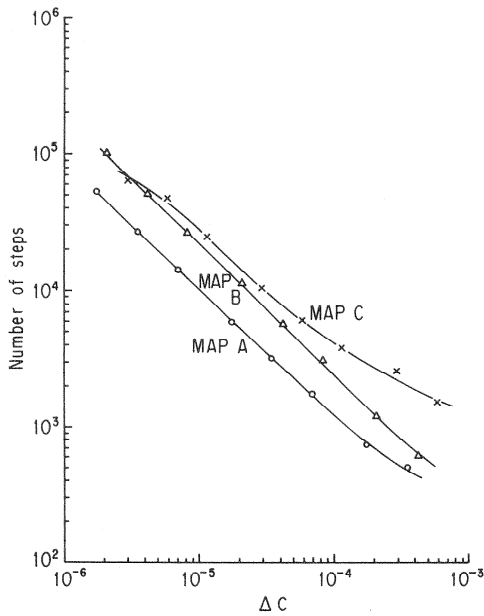


図4 \$\Delta C\$ とステップ数の関係
Fig. 4 Relationship between \$\Delta C\$ and number of steps.

図3に、\$\Delta C\$ に対するエラーの関係を示す。また図4に、\$\Delta C\$ に対する解が得られるまでのステップ数の関係を示す。図3より、エラーは、いずれの都市配置でも \$\Delta C\$ の値が小さくなるにつれて小さくなる傾向がある。しかし、\$\Delta C\$ の値が \$10^{-4}\$ 以下では、エラーがあまり改善されないこともわかる。従って、ここでは \$\Delta C\$ の刻み幅を決める \$C_i\$ の値は、100,000 に設定した。

表2に、10都市、10種類の都市配置について、自己結合削除項の係数 \$C\$ の値を制御したときのエラーを示す。なお、いずれの都市配置についても100%解が得られている。また、比較のために、3.2で述べた \$C\$ の下限値に設定したときのエラーも示す。

表2より、自己結合削除項の係数 \$C\$ の値を制御した場合と、\$C\$ の下限値に設定した場合のエラーを比較すると、都市配置により改善される場合と逆に悪くなる場合があることがわかる。しかし、10種類の都市の平均のエラーは、\$C\$ の値を制御することにより、\$C\$ の下限値に設定したのと同程度の値が得られている。このことから \$C\$ の値を制御することにより、100%解が得られ、しかも良い近似解が得られることがわかる。以上の結果は、次のことを意味している。

従来、良い解が得られる \$C\$ の下限値を求めるには、\$C\$ の値を変えて何回か試行錯誤を繰り返さなければならなかったが、提案した自己結合削除項の係数の制御方法を用いれば、100%解が得られ、しかもエラーは、\$C\$ の下限値に設定したのと同程度の値が得られることを意味している。

3.4 性能比較

本節では、3.3で述べた自己結合削除項の係数の制御方法と阿部らが提案している制御方法[6]との性能比較を行う。

表3に、ホップフィールドが文献[1]で示した10都市と30都市についての性能比較を示す。本方法と阿部らの方法では、式(4)の第3項の自己結合削除項のエネルギーの定式化が異なる。すなわち、阿部らの方法は、

表2 エラーの比較
Table 2 Comparison of error.

| MAP | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | エラーの平均 |
|--------------------|-----|------|------|------|------|-----|------|-----|------|-----|--------|
| 提案する方法のエラー (%) | 0.0 | 2.26 | 0.0 | 1.09 | 5.16 | 0.0 | 0.38 | 0.0 | 1.50 | 0.0 | 1.04 |
| \$C\$ の下限値のエラー (%) | 0.0 | 0.72 | 4.06 | 1.09 | 5.18 | 0.0 | 0.38 | 0.0 | 0.94 | 0.0 | 1.24 |

表3 性能比較
Table 3 Comparison of performance.

| | | 10都市 | 30都市 |
|------------|------------------|------|-------|
| 提案する 方法 | 解が得られた 割合 (%) | 100 | 100 |
| | エラー (%) | 0.0 | 10.03 |
| 阿部らの 方法 | 解が得られた 割合 (%) | 100 | 92 |
| | エラー (%) | 0.04 | 9.46 |

$C/2 \sum_x \sum_i^N V_{xi}(1-V_{xi})$ の代わりに、 $C/2 \sum_x \sum_i^N V_{xi}^2$ を用いている。そのために、自己結合削除項の係数 C の値の制御は、ある初期値から徐々に減少させる方法を用いている。また、 C の初期値により、エラーが異なることが示されている。表3中の阿部らの方法の値は、文献[6]の中で最もエラーが小さくなる C の初期値に設定した場合のデータを示している。

表3より、提案する方法と阿部らの方法を比較すると、エラーに関しては、10都市、30都市ともほぼ同等の値が得られている。一方、解が得られる割合は、提案する方法では、10都市、30都市とも100%解が得られているのに対し、阿部らの方法では30都市については100%解が得られていない。阿部らの方法は、ある C の初期値から計算の進行と共に C の値を減少させていくが、最終的に C の値が解の安定条件を満たすように制御していない[6]。そのために、100%解が得られなかったものと考えられる。これに対して提案する方法では、3.3で述べたように C の値は、計算の初期では十分小さな値に設定し、計算の進行と共に大きくし、最終的には式(5)の解の安定条件を満たすように制御しているために、100%解が得られたものと考えられる。

4. 相対距離による解の改善

本章では、3.3で述べた自己結合削除項の係数の制御方法を用いて、相対距離によるTSPの定式化が絶対距離によるTSPの定式化よりも都市数が増加すると、エラーが大幅に改善されることを示す。

相対距離によるTSPの定式化は、式(4)の都市間の距離を絶対距離の代わりに、ある基準値からの相対距離を用いるものである。 r を全都市間の距離の平均値とすると、

$$d'_{xy} = d_{xy} - r \quad (14)$$

としたものが相対距離の定式化に相当する。すなわち、式(4)の d_{xy}/r を d'_{xy} に置き換えたものが相対距離によ

るTSPの定式化になる。

相対距離によるTSPの定式化についても、松田の理論から次の定理が成り立つ[4]。

[定理3] 超立方体の解に対するすべての頂点は次が成り立てば漸近安定である。

$$C > D \max_{x,y,z} (d'_{xy} + d'_{yz} - d'_{xz} + r) \quad (15)$$

[定理4] 次が成り立てば、超立方体の非解に対するすべての頂点は不安定である。すなわち、漸近安定な頂点はすべて解である。

$$A > \max \left(\frac{C}{2} + 2Dr, \frac{C}{4} + \frac{D}{2} d'_M \right) \quad (16)$$

但し、 $d'_M = \max_{x,y} (d'_{xy})$ とする。

従って、3.3と同一の方法で自己結合削除項の係数 C の値を制御すれば、相対距離によるTSPの解が得られることになる。但し、相対距離によるTSPの定式化では、式(15)を満足する最小の C の値が絶対距離によるTSPの定式化よりも小さな値になる。そのために、 ΔC の刻み幅を決める C_i の値は、絶対距離によるTSPの定式化と計算時間が同程度になるように、 $C_i = 50,000$ に設定した。

図5に、相対距離と絶対距離によるTSPの定式化の都市数に対するエラーの比較を示す。図5のエラーは、10都市については10種類の都市配置、15~30都市については5種類の都市配置での平均値を示している。なお、いずれの都市数でも100%解が得られている。また図6に、1個の解を得るまでの都市数に対する計算時間の変化を示す。使用計算機は、Sun Sparc 2を用いている。

図5より、相対距離による定式化のエラーは、10~15都市では、絶対距離による定式化と同程度であることがわかる。しかし、都市数が20以上では、エラーは都市数が増加するに従い改善されていくことがわかる。例えば、30都市の相対距離による定式化の平均のエラーは6.1%であり、絶対距離による定式化の平均のエラーは16.1%であるから、約2.6倍改善される。ちなみに、ホップフィールドが文献[1]で示した30都市では、相対距離による定式化のエラーは、5.28%である。絶対距離による定式化のエラーは、表3に示したように10.03%であるから、約1.9倍改善されることになる。

図7(a)に、ホップフィールドが文献[1]で示した30都市の相対距離による定式化の巡回経路の分布を示す。また図7(b)に、絶対距離による定式化の巡回経路の分布を示す。図7より、相対距離による定式化の巡回経

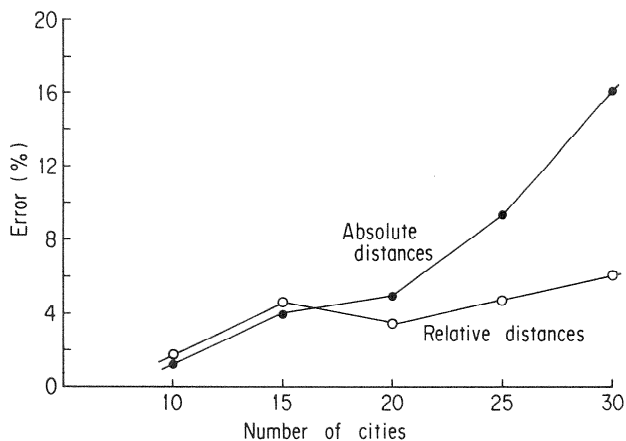


図5 都市数に対するエラーの変化
Fig. 5 Relationship between number of cities and error.

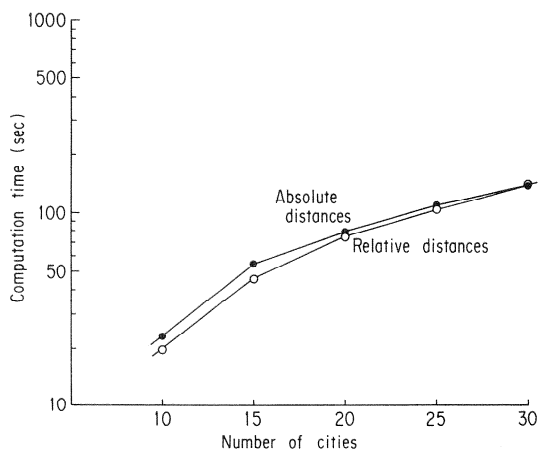
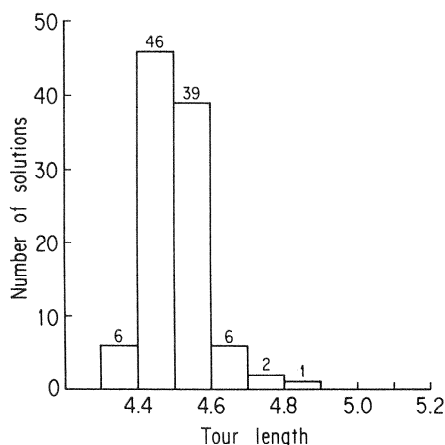
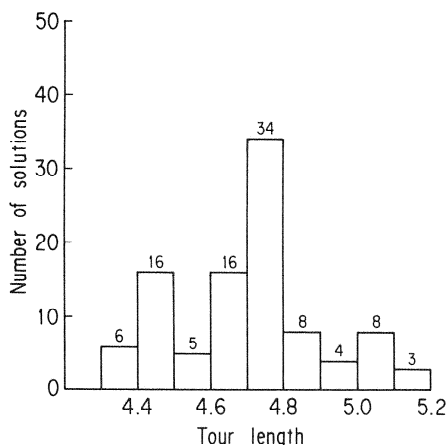


図6 都市数に対する計算時間の変化
Fig. 6 Relationship between number of cities and computation time.



(a) Relative distances



(b) Absolute distances

図7 巡回経路の分布(最小経路長=4.267)
Fig. 7 The analysis of the solution quality (minimum tour length=4.267).

路の分布は、絶対距離による定式化よりも最小経路の近くに多く分布することがわかる。

これらの結果から、相対距離による TSP の定式化は、絶対距離による TSP の定式化よりも近似解が効率良く得られることがわかる。特に、都市数が 20 以上では、相対距離による定式化の効果が現れてエラーが大幅に改善されることがわかる。

5. 検 討

4.では、相対距離による TSP の定式化が絶対距離による TSP の定式化よりも都市数が増加すると、エラーが大幅に改善されることを示した。本章では、この理由について検討する。

絶対距離による TSP の定式化では、式(5)に示すように、3都市 x, y, z を結ぶ2辺の和が長いものだけが不安定になる。言い換えれば、質の劣る解でも任意の2辺の長さの和が短い経路は漸近安定になってしまう。従って、良い解のみを漸近安定にすることはできない。

これに対して、相対距離による TSP の定式化では、式(15)に示すように、3都市 x, y, z を結ぶ2辺の和が長いものを不安定にするだけでなく、都市 x と z が近いにもかかわらず、 xyz と都市 y を経由する巡回経路は不安定とするものである[4]。従って、絶対距離による TSP の定式化よりも良い解を峻別できる。そのために、相対距離による TSP の定式化では、都市数が増加しても相対距離による定式化の効果が現れて、絶対距離による定式化よりもエラーが大幅に改善されたものと考えられる。

6. 評価と検討課題

従来、ホップフィールドネットを用いて TSP を解く場合、10 都市程度の小さな都市数でしか良い解を得ることができないと否定的な議論がなされてきた。しかし、ここで提案した自己結合削除項の係数の制御方法と相対距離による TSP の定式化により、30 都市でも良い近似解を高速に得ることができることを示せたと考えられる。しかも、図 5 に示した相対距離による都市数に対するエラーの増加は、都市数が増加してもあまり増加しないことがわかる。このことは、更に都市数が増加しても良い近似解が得られる可能性があることを示している。従って都市数が増加したときの性能評価を行うことが、これからの検討課題である。また、図 7 (a) に示したように相対距離による定式化でも、最適解が得られないこともわかった。最適解への収束率を向上させることも今後の検討課題である。

7. むすび

自己結合を含むホップフィールドネットでは、自己結合削除項の係数の値が小さくなるほどエラーは改善されるが、解が得られる割合が低下するという問題が生じる。この問題を解決するために本論文では、自己結合削除項の係数の値を適切に制御する方法を提案した。提案した方法を評価するために、10~30 都市の TSP へ適用し、以下のような知見が得られた。

(1) 提案した方法は、 C の下限値 (100% 解が得られる C の最小値) に設定したときのエラーと比較すると、同程度の値が得られることがわかった。

(2) 提案した方法を評価するために、従来の阿部[6]らの方法と比較し、エラーに関しては、ほぼ同等の値が得られた。一方、解が得られる割合は、阿部らの方法では 30 都市については 100% 解が得られていないのに対して、提案する方法では、いずれの都市数でも 100% 解が得られた。

(3) 相対距離による TSP の定式化は、絶対距離による TSP の定式化よりも近似解が効率良く得られることがわかった。特に、都市数が 20 以上では、相対距離による定式化の効果が現れてエラーが大幅に改善されることがわかった。

謝辞 本研究の機会を与えて下さった太田情報アーキテクチャ部長、実験データについて討論頂いた東京電力(株)システム研究所松田聖博士に感謝します。

文 献

- [1] J. J. Hopfield and D. W. Tank, "Neural computation of decisions in optimization problems." Biol. Cybern. vol. 52, pp. 141-152, 1985.
- [2] 田中敏雄, 樋口哲也, 古谷立美, "ホップフィールド型ニューラルネットのコスト係数の制御," 信学論(D-II), vol. J78-D-II, no. 1, pp. 158-168, Jan. 1995.
- [3] 松田 聖, "対称結合神経回路網における解の安定性," 信学論(D-II), vol. J77-D-II, no. 7, pp. 1366-1374, July 1994.
- [4] 松田 聖, "対称結合神経回路網で組合せ最適化問題を解く際の定式化の優劣に関する集合論的評価," 信学論(D-II), vol. J78-D-II, no. 10, pp. 1531-1542, Oct. 1995.
- [5] 喜多 一, "Hopfield 型ニューラルネットワークとシミュレーテッドアニーリング," 人工知能学会誌, vol. 7, no. 6, pp. 970-979, Nov. 1992.
- [6] S. Abe and A. H. Gee, "Global convergence of the Hopfield neural network with nonzero diagonal elements," IEEE Trans. Circuits Syst.-II, vol. 42, no. 1, pp. 39-45, Jan. 1995.
- [7] 阿部重男, "ホップフィールドニューラルネットの重みの決定法とその評価," 情報学論, vol. 34, no. 1, pp. 21-28, Jan. 1993.

(平成 7 年 6 月 14 日受付, 10 月 19 日再受付)



田中 敏雄 (正員)

昭 46 日大・理工・電気 2 部卒。昭 42 電気試験所(現, 電子技術総合研究所)入所。光磁気記録, 垂直磁気記録, ニューラルネットの研究に従事。現在, 情報アーキテクチャ部計算機構研究室主任研究官, 情報処理学会会員。



樋口 哲也 (正員)

昭 57 慶大大学院工学研究科博士課程了。同年, 電子技術総合研究所入所。工博。超並列連想システムアーキテクチャ, 遺伝的アルゴリズムの研究に従事。現在, 情報アーキテクチャ部計算機構研究室長。第 25 回市村学術賞受賞, 情報処理学会会員。



古谷 立美

昭 48 成蹊大大学院修士課程了。同年, 電子技術総合研究所入所。平 6 東邦大学理学部教授。工博。ニューラルネットや遺伝的アルゴリズムに興味をもつ。情報処理学会, IEEE 各会員。